

BAREM DE NOTARE ȘI CORECTARE

Clasa a IX-a

Partea I

1. a); 2.b);3. b; 4. d); 5. c)

Partea a II-a

Problema 1

Notăm $x = a - 1 \geq 0, y = b - 1 \geq 0, z = c - 1 \geq 0$4p

Aplicând succesiv inegalitatea mediilor obținem:

$$(x + y + z + 3)^6 \geq (3\sqrt[3]{xyz} + 3)^6 = 3^6(\sqrt[3]{xyz} + 1)^6 \geq 3^6(2\sqrt[6]{xyz})^6 = 6^6xyz \dots\dots 4p$$

$$\frac{(x+y+z+3)^6}{xyz} \geq 6^6, \quad \frac{xyz}{(x+y+z+3)^6} \leq \frac{1}{6^6} \dots\dots\dots 4p$$

$$\frac{(a-1)(b-1)(c-1)}{(a+b+c)^6} \leq \frac{1}{6^6}, \quad \frac{abc+a+b+c}{(a+b+c)^6} \leq \frac{1}{6^6} \dots\dots\dots 4p$$

Cum $abc=8$

$$\text{Max } E = \frac{1}{6^6} \dots\dots\dots 4p$$

Obs Max E se atinge pentru $a=b=c=2$

Problema 2

Fie $a \leq b \leq c$, atunci, $m_a \geq m_b \geq m_c$, și $h_a \geq h_b \geq h_c$4p

Triunghiul medianelor ascuțitunghic implică $m_a^2 < m_b^2 + m_c^2$ 4p

$$5a^2 > b^2 + c^2 \dots\dots\dots 2p$$

$$h_a < h_b + h_c, \text{ deci } \frac{S}{a} < \frac{S}{b} + \frac{S}{c} \text{ sau } a > \frac{bc}{b+c} \dots\dots\dots 4p$$

$$\text{Este suficient să arătăm că } \frac{b^2+c^2}{5} \geq \frac{b^2c^2}{(b+c)^2}$$

$$\text{sau } (b^2 + c^2)(b + c)^2 \geq 5b^2c^2 \dots\dots\dots 4p$$

$$\text{Dar } (b^2 + c^2) \geq 2bc \text{ iar } (b + c)^2 \geq 4bc \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Finalizare} \dots\dots\dots 2p$$